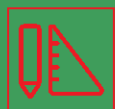




教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学3 | 必修第三册 RJB

主 编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社



CONTENTS

全品智能作业·数学 RJB

07

第七章 三角函数

7.1 任意角的概念与弧度制	001
7.1.1 角的推广	001
7.1.2 弧度制及其与角度制的换算	003
7.2 任意角的三角函数	005
7.2.1 三角函数的定义	005
7.2.2 单位圆与三角函数线	007
7.2.3 同角三角函数的基本关系式	009
7.2.4 诱导公式	011
第1课时 诱导公式(一) / 011	第2课时 诱导公式(二) / 013
素养测评滚动(一)	015
7.3 三角函数的性质与图象	017
7.3.1 正弦函数的性质与图象	017
第1课时 正弦函数的性质 / 017	第2课时 正弦函数的图象 / 019
7.3.2 正弦型函数的性质与图象	021
第1课时 正弦型函数的性质与图象(一) / 021	第2课时 正弦型函数的性质与图象(二) / 023
7.3.3 余弦函数的性质与图象	025
7.3.4 正切函数的性质与图象	027
7.3.5 已知三角函数值求角	029
素养测评滚动(二)	031
7.4 数学建模活动: 周期现象的描述	033
热点题型探究(一)	035

- 题型1 三角函数的概念与三角函数值的符号规律的应用 / 035
- 题型2 同角三角函数的基本关系与诱导公式 / 035
- 题型3 三角函数的图象与解析式 / 036
- 题型4 正(余)弦型函数的性质与图象 / 037
- 题型5 正切函数的性质与图象 / 038

8.1 向量的数量积	039
8.1.1 向量数量积的概念	039
8.1.2 向量数量积的运算律	041
8.1.3 向量数量积的坐标运算	043
♥ 热点题型探究 (二)	045
• 题型 1 平面向量数量积的定义、运算律和性质的应用 / 045	
• 题型 2 平面向量共线与垂直的条件 / 045	
• 题型 3 平面向量的夹角与模的计算 / 046	
♥ 素养测评滚动 (三)	047
8.2 三角恒等变换	049
8.2.1 两角和与差的余弦	049
8.2.2 两角和与差的正弦、正切	051
第 1 课时 两角和与差的正弦 / 051	第 2 课时 两角和与差的正切 / 053
8.2.3 倍角公式	055
8.2.4 三角恒等变换的应用	057
第 1 课时 半角的正弦、余弦和正切 / 057	第 2 课时 三角函数的积化和差与和差化积 / 059
♥ 热点题型探究 (三)	061
• 题型 1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式 / 061	• 题型 2 三角函数式的化简、求值 / 061
• 题型 3 辅助角公式 / 063	• 题型 4 三角恒等式的证明 / 064
• 题型 5 三角形中的三角恒等式 / 064	
♥ 素养测评滚动 (四)	065
■ 参考答案	067

♦ 素养测评卷 ♦

单元素养测评卷 (一) A	卷 1	模块素养测评卷 (一)	卷 9
单元素养测评卷 (一) B	卷 3	模块素养测评卷 (二)	卷 11
单元素养测评卷 (二) A	卷 5	模块素养测评卷 (三)	卷 13
单元素养测评卷 (二) B	卷 7	参考答案	卷 15

7.1 任意角的概念与弧度制

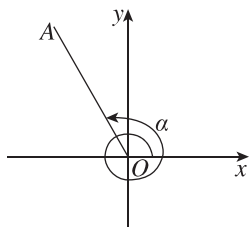
7.1.1 角的推广

基础 夯实篇

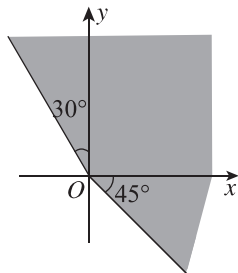
- 下列各角中与 60° 角的终边相同的是 ()
A. -300° B. -240°
C. 120° D. 390°
- 与 -468° 角的终边相同的角的集合是 ()
A. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 456^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
B. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 252^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 96^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
D. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ - 252^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
- 1000° 角的终边在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知角 α, β 的终边互为反向延长线, 则 $90^\circ + \alpha - \beta$ 的终边在 ()
A. x 轴的正半轴上
B. y 轴的正半轴上
C. x 轴的负半轴上
D. y 轴的负半轴上
- 设集合 $A = \{\theta | \theta \text{ 为锐角}\}$, $B = \{\theta | \theta \text{ 为第一象限角}\}$, $C = \{\theta | \theta \text{ 为小于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$, $D = \{\theta | \theta \text{ 为小于 } 90^\circ \text{ 的正角}\}$, 则下列等式中成立的是 ()
A. $A = B$ B. $B = C$
C. $A = C$ D. $A = D$
- 已知集合 $A = \{\theta | \theta \text{ 为第二象限角}\}$, $B = \{\theta | \theta \text{ 为钝角}\}$, $C = \{\theta | \theta \text{ 为大于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$, 则 ()
A. $B = A \cap C$ B. $B \cup C = C$
C. $A \subseteq C$ D. $A = B = C$
- 已知 $\alpha = 2024^\circ$, 若角 β 与角 α 的终边相同, 且 $0^\circ < \beta < 360^\circ$, 则 $\beta =$ _____.
- (1) 一个角为 30° , 其终边按逆时针方向旋转三周后的角是多少?
(2) 经过 3 小时 20 分, 分针所转过的角的度数是多少? 时针所转过的角的度数是多少?

素养 提能篇

- 已知角 α 在平面直角坐标系中如图所示, 其中射线 OA 与 y 轴正半轴的夹角为 30° , 则 α 的值为 ()
A. -480°
B. -240°
C. 150°
D. 480°
- $\frac{\theta}{2}$ 的终边在第三象限, 则 θ 的终边可能在 ()
A. 第一、三象限
B. 第二、四象限
C. 第一、二象限或 y 轴的正半轴上
D. 第三、四象限或 y 轴的负半轴上
- 如图, 终边在阴影部分(含边界)的角的集合是 ()



- $\{\alpha | -45^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ\}$
- $\{\alpha | 120^\circ \leq \alpha \leq 315^\circ\}$
- $\{\alpha | -45^\circ + k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
- $\{\alpha | 120^\circ + k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq 315^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$



思维训练篇

12. (多选题) 下列说法中错误的是 ()

- A. 终边在 x 轴的负半轴上的角是零角
- B. 第二象限角一定是钝角
- C. 第四象限角一定是负角
- D. 若 $\beta = \alpha + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbf{Z})$, 则 α 与 β 的终边相同

13. (多选题) 下列条件中, 能使 α 和 β 的终边关于 y 轴对称的是 ()

- A. $\alpha + \beta = 540^\circ$
- B. $\alpha + \beta = 360^\circ$
- C. $\alpha + \beta = 180^\circ$
- D. $\alpha + \beta = 90^\circ$

14. 若 α 是第三象限角, 则 $\frac{\alpha}{3}$ 的终边一定不在第 _____ 象限.

15. 终边在 x 轴正半轴上的角的集合是 _____;
终边在 y 轴上的角的集合是 _____;
终边在第一、三象限角平分线上的角的集合是 _____.

16. (1) 已知 $\alpha = 45^\circ$, 在 $[-720^\circ, 0^\circ)$ 内找出所有与角 α 终边相同的角 β .

(2) 设集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2} \times 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbf{Z} \right\}$,

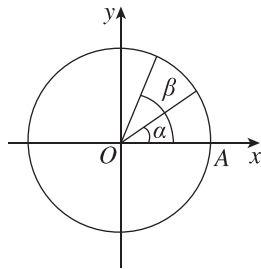
$N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{4} \times 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 判断两集合的关系.

17. 已知 $\alpha_1 = -570^\circ$, $\alpha_2 = 750^\circ$, $\beta_1 = 120^\circ$, $\beta_2 = -60^\circ$.

(1) 指出 α_1, α_2 各自终边所在的象限;

(2) 在 $-720^\circ \sim 0^\circ$ 内找出与 β_1, β_2 终边相同的所有角.

18. 如图所示, 一只红蚂蚁与一只黑蚂蚁在一个单位圆(半径为 1 的圆)上爬行, 两只蚂蚁均从点 $A(1, 0)$ 同时按逆时针方向匀速爬行, 红蚂蚁每秒爬过 α 角, 黑蚂蚁每秒爬过 β 角(其中 $0^\circ < \alpha < \beta < 180^\circ$), 若两只蚂蚁都在第 14 秒时回到 A 点, 并且在第 2 秒时均位于第二象限, 求 α, β 的值.



7.1.2 弧度制及其与角度制的换算

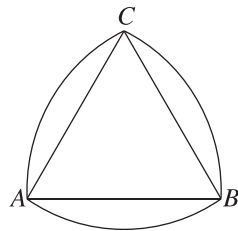
基础 夯实篇

- 下列各角中,与角 $-\frac{4\pi}{3}$ 终边相同的角是 ()
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
 C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{4\pi}{3}$
- 若一个扇形的圆心角为 72° ,半径为 20 cm ,则此扇形的面积为 ()
 A. $40\pi\text{ cm}^2$ B. $80\pi\text{ cm}^2$
 C. 40 cm^2 D. 80 cm^2
- 若 $\alpha = -4$,则角 α 的终边在 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限
- 中国传统扇文化有着极其深厚的底蕴.一般情况下,折扇可看作是从一个圆面中剪下的扇形制作而成,设扇形的面积为 S_1 ,圆面中剩余部分的面积为 S_2 ,当 S_1 与 S_2 的比值为 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 时,扇面看上去形状较为美观,那么此时扇形的圆心角的弧度数为 ()
 A. $(4-2\sqrt{3})\pi$ B. $(2-\sqrt{3})\pi$
 C. $(\sqrt{3}-1)\pi$ D. $(2\sqrt{3}-2)\pi$
- 我国采用的“密位制”是 6000 密位制,即将一个圆周分为 6000 等份,每一等份的弧所对的圆心角是 1 密位,那么 60 密位的圆心角的弧度数为 ()
 A. $\frac{\pi}{100}$ B. $\frac{\pi}{50}$ C. $\frac{\pi}{10}$ D. $\frac{\pi}{5}$
- (多选题)下列说法中正确的是 ()
 A. $-\pi = -180^\circ$
 B. 第一象限角都是锐角
 C. 在半径为 2 的圆中, $\frac{\pi}{6}$ 弧度的圆心角所对的弧长为 $\frac{\pi}{3}$
 D. 终边在直线 $y = -x$ 上的角的集合是 $\{\alpha \mid \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$

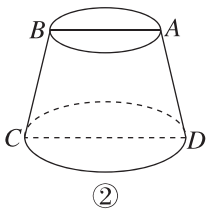
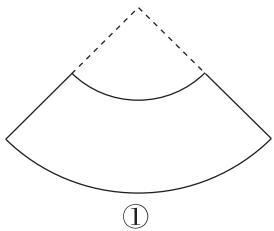
- 已知一个扇形的周长为 8 cm ,则当该扇形的半径为 _____ cm 时面积最大,最大面积为 _____ cm^2 .
- 已知角 $\alpha = -920^\circ$.
 (1)把角 α 写成 $2k\pi + \beta$ ($0 \leq \beta < 2\pi, k \in \mathbf{Z}$)的形式,并确定角 α 是第几象限角;
 (2)若角 γ 与 α 的终边相同,且 $\gamma \in (-4\pi, -3\pi)$,求角 γ .

素养 提能篇

- 下列与 $\frac{7\pi}{4}$ 的终边相同的角的表达式中正确的是 ()
 A. $2k\pi + 315^\circ (k \in \mathbf{Z})$
 B. $k \cdot 360^\circ - 45^\circ (k \in \mathbf{Z})$
 C. $k \cdot 360^\circ + \frac{7\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$
 D. $2k\pi + \frac{5\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$
- 以等边三角形每个顶点为圆心,以边长为半径,在另两个顶点间作一段弧,三段弧围成的曲边三角形就是勒洛三角形.如图,已知某勒洛三角形的一段弧 $\widehat{AB}$ 的长度为 $\frac{\pi}{3}$,则该勒洛三角形的面积是 ()
 A. $\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
 C. $\frac{\pi + \sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$



11. 某班级举行“变废为宝”手工活动,某同学用扇形纸壳裁成扇环(如图①)后,制成了简易笔筒(如图②)的侧面,在它的轴截面 $ABCD$ 中, $AB=AD=10\text{ cm}$, $CD=15\text{ cm}$,则原扇形纸壳中扇形的圆心角为 ()



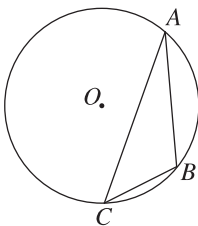
- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$
12. 若一圆弧长等于其所在圆的内接正三角形的边长,则此圆弧所对的圆心角 α 的弧度数为 ()
- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

13. (多选题) 已知 α 是第二象限角,则 $\frac{\pi+\alpha}{2}$ 的终边可能位于 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

14. “一湾如月弦初上,半壁澄波镜比明”描述的是敦煌八景之一的月牙泉. 如图所示,月牙泉由两段在同一平面内的圆弧形岸连接围成. 现某地计划修建月牙形岸,两岸连接点间距离为 $60\sqrt{3}$ 米,其中外岸为半圆形,内岸圆弧所在圆的半径为 60 米. 若某游客绕着修建后的月牙形岸边步行一周,则该游客步行的路程约为 _____ 米.

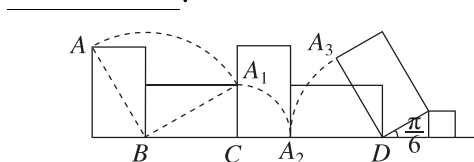


15. 如图,点 A, B, C 是圆 O 上的点,且 $AB=2$, $\angle ACB = \frac{\pi}{4}$,则劣弧 AB 的长为 _____.
16. 已知一扇形的圆心角为 $\alpha\text{ rad}$, 半径为 $R\text{ cm}$, 弧长为 $l\text{ cm}$.
- (1) 若扇形的周长为 10 cm , 面积是 4 cm^2 , 求扇形的圆心角的弧度数.
- (2) 若扇形的周长为 20 cm , 当扇形的圆心角为多少弧度时, 这个扇形的面积最大?

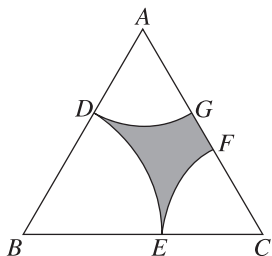


思维训练篇

17. 如图,长为 $\sqrt{3}\text{ dm}$, 宽为 1 dm 的长方体木块沿一条高所在直线在桌面上作无滑动翻滚,第四次翻滚时被小木块挡住,此时长方体木块底面与桌面所成的角为 $\frac{\pi}{6}$, 则点 A 走过的路程为 _____.



18. 近年来,随着某市经济的快速发展,市政府对民生越来越关注. 市区现有一块近似正三角形的土地 ABC (如图所示), 其边长为 2 百米, 为了满足市民的休闲需求, 市政府拟在三个顶点处分别修建扇形广场, 即扇形 DBE, DAG 和 ECF , 其中 $\widehat{DE}$ 与 $\widehat{DG}, \widehat{EF}$ 分别相切于点 D, E , 且 $\widehat{DG}$ 与 $\widehat{EF}$ 无重叠, 剩余部分(阴影部分)种植草坪. 设 BD 的长为 x (单位: 百米), 草坪面积为 S (单位: 万平方米).
- (1) 试用 x 分别表示扇形 DAG 和 DBE 的面积, 并写出 x 的取值范围.
- (2) 当 x 为何值时, 草坪面积最大? 并求出最大面积.



7.2 任意角的三角函数

7.2.1 三角函数的定义

基础夯实篇

1. 已知角 α 的终边过点 $(1, -\sqrt{3})$, 则 $\sin \alpha$ 的值为 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
2. 已知 θ 是第三象限角, 且 $\sin \frac{\theta}{2} < 0$, 则 $\frac{\theta}{2}$ 是 ()
- A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角
3. 已知角 α 的终边过点 $M(x, -1) (x < 0)$, 且 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 则 $x =$ ()
- A. $-\sqrt{3}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $-\sqrt{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
4. 若角 α 的终边经过函数 $y = \log_a(2x-1) + 2 (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 的图象上的定点 P , 则 $2\sin \alpha + \cos \alpha =$ ()
- A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\sqrt{10}$
C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{7\sqrt{10}}{10}$
5. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 θ 的顶点与原点 O 重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边 OP 交圆 O (半径为 1) 于点 P , 则点 P 的坐标为 ()
- A. $(-\sin \theta, \cos \theta)$ B. $(-\cos \theta, \sin \theta)$
C. $(\sin \theta, -\cos \theta)$ D. $(\cos \theta, \sin \theta)$
6. (多选题) 若角 α 的终边经过点 $P(t, -2t) (t < 0)$, 则下列结论正确的是 ()
- A. α 是钝角
B. α 是第二象限角
C. $\tan \alpha = -2$
D. 点 $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ 在第四象限

7. 已知角 α 的终边经过点 $P(5, t)$, 且 $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.
8. 已知 $\cos \alpha > 0$ 且 $\tan \alpha < 0$.
- (1) 求角 α 的集合;
- (2) 若 $\cos \frac{\alpha}{2} < 0$, 求角 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边所在象限;
- (3) 判断 $\tan \frac{\alpha}{2}, \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$ 的符号.

素养提能篇

9. 已知 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0, \sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0$, 则角 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边在 ()
- A. 第一或第二象限 B. 第一或第三象限
C. 第二或第四象限 D. 第三或第四象限
10. 已知角 α 的顶点与直角坐标系的原点 O 重合, 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边落在直线 $y = -\sqrt{3}x$ 上, 则 $4\cos \alpha - \sin^2 \alpha$ 的值是 ()
- A. $-\frac{11}{4}$ B. $\frac{5}{4}$
C. $-\frac{11}{4}$ 或 $\frac{5}{4}$ D. $\frac{11}{4}$ 或 $\frac{5}{4}$

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边经过点 $P(1, m)$ ($m < 0$), 则下列各式的值可能大于 0 的是 ()

A. $\sin \alpha + \cos \alpha$ B. $\sin \alpha - \cos \alpha$
C. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ D. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

12. (多选题) 已知角 α 的终边经过点 M , 若点 M 到原点的距离为 1, 且点 M 的纵坐标为 $\frac{4}{5}$, 则 $\cos \alpha$ 的值可能为 ()

A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$
C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

13. (多选题) 化简 $\frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|}$ 的结果可能为 ()

A. 0 B. 1
C. 2 D. -2

14. 已知角 θ 的终边上有一点 $P(x, 3)$ ($x \neq 0$), 且 $\cos \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}x$, 则 $\sin \theta + \tan \theta$ 的值为 _____.

15. 已知角 α 的终边经过点 $P(3a-9, a+2)$, 且 $\cos \alpha \leq 0, \sin \alpha > 0$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

16. 已知角 α 的终边经过点 $P(t, -4)$, 且 $OP=5$ (O 为坐标原点), 求 $\cos \alpha$ 及 $\tan \alpha$ 的值.

17. 若角 α 的终边在第三象限, 则 $\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\left| \sin \frac{\alpha}{2} \right|} +$

$$\frac{2\cos \frac{\alpha}{2}}{\left| \cos \frac{\alpha}{2} \right|} - \frac{3\tan \frac{\alpha}{2}}{\left| \tan \frac{\alpha}{2} \right|} \text{ 的值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

18. 已知角 α 的终边上的点 P 与点 $A(a, b)$ ($a \neq 0, b \neq 0$) 关于 x 轴对称, 角 β 的终边上的点 Q 与点 A 关于直线 $y = x$ 对称, 求 $\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} + \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} + \frac{1}{\cos \alpha \sin \beta}$ 的值.

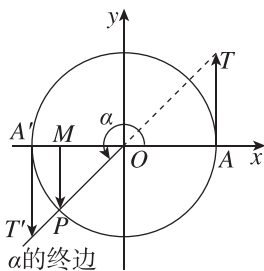


7.2.2 单位圆与三角函数线

基础夯实篇

1. 如图所示, P 是角 α 的终边与单位圆的交点, $PM \perp x$ 轴于 M , 单位圆与 x 轴的交点分别为 A, A' (A 在 A' 右侧), AT 和 $A'T'$ 均是单位圆的切线, 则下列关于角 α 的说法正确的是 ()

- A. 正弦线是 $\overrightarrow{PM}$, 正切线是 $\overrightarrow{A'T'}$
 B. 正弦线是 $\overrightarrow{MP}$, 正切线是 $\overrightarrow{A'T'}$
 C. 正弦线是 $\overrightarrow{MP}$, 正切线是 $\overrightarrow{AT}$
 D. 正弦线是 $\overrightarrow{PM}$, 正切线是 $\overrightarrow{AT}$



2. 已知角 α 的余弦线是单位长度的有向线段, 那么角 α 的终边 ()

- A. 在 x 轴上
 B. 在 y 轴上
 C. 在直线 $y=x$ 上
 D. 在直线 $y=x$ 或 $y=-x$ 上

3. 角 $\frac{\pi}{5}$ 和角 $\frac{6\pi}{5}$ 有相同的 ()

- A. 正弦线
 B. 余弦线
 C. 正切线
 D. 不能确定

4. 利用正弦线比较 $\sin 1, \sin 1.2, \sin 1.5$ 的大小关系是 ()

- A. $\sin 1 > \sin 1.2 > \sin 1.5$
 B. $\sin 1 > \sin 1.5 > \sin 1.2$
 C. $\sin 1.2 > \sin 1.5 > \sin 1$
 D. $\sin 1.5 > \sin 1.2 > \sin 1$

5. (多选题) 设 $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AT}$ 分别是角 $\frac{17\pi}{18}$ 的正弦线、余弦线、正切线, 则下列不等式成立的是 ()

- A. $|\overrightarrow{MP}| < |\overrightarrow{AT}| < |\overrightarrow{OM}|$
 B. $|\overrightarrow{OM}| < |\overrightarrow{AT}| < |\overrightarrow{MP}|$
 C. $\cos \frac{17\pi}{18} < \tan \frac{17\pi}{18} < 0$
 D. $\tan \frac{17\pi}{18} < \cos \frac{17\pi}{18} < 0$

6. 已知角 α ($0 < \alpha < 2\pi$) 的正弦线与余弦线的长度相等, 且正弦值与余弦值的符号相异, 则 α 的值为_____.

7. 若 $\theta \in (\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$, 则 $\sin \theta$ 的取值范围是_____.

8. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 利用三角函数线证明:

- (1) $\sin \alpha < \alpha < \tan \alpha$;
 (2) $\sin \alpha + \cos \alpha > 1$.

素养提能篇

9. 若点 $A(x, y)$ 在单位圆上沿逆时针方向匀速旋转, 每秒旋转 ω 弧度, 已知 1 秒时点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 则 3 秒时点 A 的坐标为 ()

- A. $(2\cos 2\omega, 2\sin 2\omega)$ B. $(2\cos \omega, 2\sin \omega)$
 C. $(\cos 2\omega, \sin 2\omega)$ D. $(4\cos \omega, 4\sin \omega)$

10. 在 $[0, 2\pi]$ 内, 使不等式 $\cos x \geq \frac{1}{2}$ 成立的 x 的取值范围为 ()

- A. $[0, \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{5\pi}{3}, 2\pi]$
 B. $[0, \frac{5\pi}{3}]$
 C. $[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}]$
 D. $[0, \frac{2\pi}{3}] \cup [\frac{4\pi}{3}, 2\pi]$

11. 若点 $P(\sin \alpha - \cos \alpha, \tan \alpha)$ 在第一象限, 则 α 在 $[0, 2\pi)$ 内的取值范围是 ()

- A. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\pi, \frac{5\pi}{4})$
 B. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\pi, \frac{5\pi}{4})$
 C. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$
 D. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi)$

12. 以下说法正确的是 ()

- A. α, β 都是第一象限角, 若 $\cos \alpha > \cos \beta$, 则 $\sin \alpha > \sin \beta$
 B. α, β 都是第二象限角, 若 $\sin \alpha > \sin \beta$, 则 $\tan \alpha > \tan \beta$
 C. α, β 都是第三象限角, 若 $\cos \alpha > \cos \beta$, 则 $\sin \alpha > \sin \beta$
 D. α, β 都是第四象限角, 若 $\sin \alpha > \sin \beta$, 则 $\tan \alpha > \tan \beta$

13. (多选题) 下列说法中正确的有 ()

- A. 当 α 一定时, 单位圆中的正弦线一定
 B. 在单位圆中, 有相同正弦线的角相等
 C. α 和 $\alpha + \pi$ 有相同的正切线
 D. 具有相同正切线的两个角的终边在同一条直线上

14. 在 $(0, 2\pi)$ 内, 使 $\cos x > \sin x > \tan x$ 成立的 x 的取值范围是_____.

15. 已知 α 是第三象限角, 则 $\sin(\cos \alpha)$, $\cos(\sin \alpha)$, $\cos \alpha$ 的大小关系是_____.
 (用“ $<$ ”连接)

16. 证明: $\sin \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{2}{3} \cdot \sin \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \sin \frac{999}{1000} < \frac{1}{1000}$.

17. 设 $a = \log_{\sin 1}(\cos 1)$, $b = \log_{\sin 1}(\tan 1)$, $c = \log_{\cos 1}(\sin 1)$, $d = \log_{\cos 1}(\tan 1)$, 则 a, b, c, d 的大小关系为 ()

- A. $b < a < d < c$ B. $b < d < a < c$
 C. $d < b < c < a$ D. $b < d < c < a$

18. 利用三角函数线证明: 若 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 $\beta - \alpha > \sin \beta - \sin \alpha$.

7.2.3 同角三角函数的基本关系式

基础 夯实篇

1. 若 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, 且 α 为第四象限角, 则 $\tan \alpha =$ ()
- A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$
C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$
2. 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\sin \alpha + 2\cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} =$ ()
- A. -5 B. -4
C. 4 D. 5
3. 若 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, 则 $-\frac{\cos \alpha}{|\cos \alpha|} + \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\sin \alpha}$ 的值为 ()
- A. 0 B. 1
C. 2 D. -2
4. 已知 $\frac{\sin^2 \theta + 4}{\cos \theta + 1} = 2$, 则 $(\cos \theta + 3)(\sin \theta + 1)$ 的值为 ()
- A. 6 B. 4
C. 2 D. 0
5. 已知 $2\cos^2 \alpha - 3\sin^2 \alpha = 1, \alpha \in (-\frac{3\pi}{2}, -\pi)$, 则 $\tan \alpha$ 的值为 ()
- A. 2 B. -2
C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
6. (多选题) 已知 $0 < x < \pi, \sin x + \cos x = \frac{1}{5}$, 则 ()
- A. $\sin x \cos x = -\frac{12}{25}$
B. $\sin x \cos x = \frac{12}{25}$
C. $\sin x - \cos x = -\frac{7}{5}$
D. $\sin x - \cos x = \frac{7}{5}$
7. 已知 $\tan \alpha = -2$, 且 α 为第二象限角, 则 $\sin \alpha =$ _____, $\cos \alpha =$ _____.

8. 证明: $(2 - \cos^2 \alpha)(2 + \tan^2 \alpha) = (1 + 2\tan^2 \alpha)(2 - \sin^2 \alpha)$.

素养 提能篇

9. 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边经过点 $A(3, 2\cos \alpha)$, 则 $\sin \alpha =$ ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
10. 若 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}, \alpha \in (0, \pi)$, 则 $\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} =$ ()
- A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$ B. $-\frac{\sqrt{17}}{17}$
C. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ D. $-\frac{\sqrt{15}}{15}$
11. 若 θ 为第二象限角, 则 $\sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} - \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}}$ 可化简为 ()
- A. $2\tan \theta$ B. $\frac{2}{\tan \theta}$
C. $-2\tan \theta$ D. $-\frac{2}{\tan \theta}$
12. (多选题) 若 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = 1$, 则 $\sin \theta + \cos \theta$ 的值可能为 ()
- A. 0 B. 1
C. -1 D. 2

思维训练篇

13. (多选题) $\frac{\tan x}{\sqrt{\tan^2 x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}} + \frac{\cos x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$ 的值可能为 ()

- A. -3 B. -1
C. 1 D. 3

14. 已知函数 $f(\tan x) = \sin^2 x - \sin x \cos x + 2\cos^2 x$, 则 $f(2) =$ _____.

15. 若 $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$, 则 $\sin^n \alpha + \cos^n \alpha (n \in \mathbf{Z})$ 的值为 _____.

16. 已知 $\sin \alpha$ 和 $\cos \alpha$ 是关于 x 的方程 $2x^2 + 4kx + 3k = 0$ 的两个实根.

(1) 求实数 k 的值;

(2) 若 $\alpha \in (0, \pi)$, 求 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值.

17. 已知集合 $M = \{a + 2\cos \theta, a + \cos \theta, a\}$, 集合 $N = \{a, a \sin \theta, a \sin^2 \theta\}$, 且 $M = N$, 求实数 a 和 θ 的值.

18. 已知 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = p, \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = q$, 且 $p \neq \pm 1, q \neq 0$, 求 $\tan \alpha \tan \beta$ 的值.

7.2.4 诱导公式

第1课时 诱导公式(一)

基础夯实篇

- $\tan \frac{5\pi}{3} =$ ()
A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\sqrt{3}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$
- “ $\sin(\alpha - 2024\pi) > 0$ ”是“ α 为第一象限角”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, 则 $\sin(\pi + \alpha)$ 的值为 ()
A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$
C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$
- 若 $\sin(\pi + \alpha) + \sin(-\alpha) = -m$, 则 $\sin(3\pi + \alpha) + 2\sin(2\pi - \alpha) =$ ()
A. $-\frac{2}{3}m$ B. $-\frac{3}{2}m$
C. $\frac{2}{3}m$ D. $\frac{3}{2}m$
- 已知角 α 的顶点与坐标原点重合, 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边与单位圆交于点 $P(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$, 则 $\cos(\pi + \alpha) =$ ()
A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$
- (多选题) 下列等式正确的是 ()
A. $\tan(\pi + 1) = \tan 1$
B. $\frac{\sin(-\alpha)}{\tan(\pi - \alpha)} = \cos \alpha$
C. $\frac{\sin(\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)} = \tan \alpha$
D. $\frac{\cos(\pi - \alpha)\tan(-\pi - \alpha)}{\sin(2\pi - \alpha)} = -1$

- 已知 $a > 0$, 若 $\cos \theta = \frac{a^2 + 1}{2a}$, 则 $\cos(\theta + \frac{\pi}{6})$ 的值为 _____.
- 已知角 α 的终边与单位圆交于点 $P(-\frac{12}{13}, \frac{5}{13})$, 分别写出点 P 关于 x 轴、 y 轴和原点对称的点的坐标, 并求角 $\pi - \alpha, -\alpha, \pi + \alpha, 2\pi - \alpha$ 的正弦值和余弦值.

素养提能篇

- 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 若 $\cos(\frac{\pi}{6} - \alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$, 则 $\sin(\alpha + \frac{5\pi}{6})$ 的值为 ()
A. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $-\frac{\sqrt{13}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{4}$
- 已知角 α 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边经过点 $P(-3, 4\tan \frac{13}{4}\pi)$, 则 $\sin \alpha$ 的值为 ()
A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- (多选题) 质点 P 和 Q 在以坐标原点 O 为圆心, 半径为 1 的圆 O 上逆时针做匀速圆周运动, 同时出发. P 的角速度大小为 1 rad/s , 起点为圆 O 与 x 轴正半轴的交点; Q 的角速度大小为 3 rad/s , 起点为射线 $y = -x (x \leq 0)$ 与圆 O 的交点. 则当 Q 与 P 重合时, Q 的坐标可以为 ()
A. $(\cos \frac{\pi}{8}, \sin \frac{\pi}{8})$ B. $(\cos \frac{3\pi}{8}, -\sin \frac{3\pi}{8})$
C. $(\cos \frac{5\pi}{8}, \sin \frac{5\pi}{8})$ D. $(\cos \frac{7\pi}{8}, \sin \frac{7\pi}{8})$

12. (多选题)若 $n \in \mathbf{Z}$, 则 $\sin n\pi + \cos(n+1)\pi$ 的可能取值是 ()

- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

13. (多选题)在 $\triangle ABC$ 中, 下列式子的化简结果是常数的是 ()

- A. $\sin(A+B) + \sin C$
B. $\cos(A+B) + \cos C$
C. $\sin(2A+2B) + \sin 2C$
D. $\cos(2A+2B) + \cos 2C$

14. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -\frac{1}{3}$, 且 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, 则 $\sin\left(\frac{2\pi}{3} + x\right) =$ _____.

15. 已知 $a = \tan\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$, $b = \cos \frac{23\pi}{4}$, $c = \sin\left(-\frac{33\pi}{4}\right)$, 则 a, b, c 的大小关系是 _____.
(用“>”连接)

16. 已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(\pi+\alpha)\cos(2\pi-\alpha)\tan(-\alpha)}{\tan(-\pi-\alpha)\sin(-\pi-\alpha)}$.

(1) 化简 $f(\alpha)$;

(2) 若 α 是第三象限角, 且 $\sin(\alpha - \pi) = \frac{1}{5}$, 求 $f(\alpha)$ 的值;

(3) 若 $\alpha = -\frac{31\pi}{3}$, 求 $f(\alpha)$ 的值.

17. 设集合 $A = \left\{ x \mid x = \sin \frac{2\pi}{2023} + \sin \frac{4\pi}{2023} + \sin \frac{6\pi}{2023} + \cdots + \sin \frac{2k\pi}{2023}, k \in \mathbf{Z}, k > 0 \right\}$, 则集合

A 中元素的个数为 ()

- A. 1012 B. 1013
C. 2024 D. 2025

18. 是否存在角 α 和 β , 当 $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \in (0, \pi)$

时, 等式 $\sin(3\pi - \alpha) = \sqrt{2} \sin(5\pi - \beta)$, $\sqrt{3} \cos(-\alpha) = -\sqrt{2} \cos(\pi + \beta)$ 同时成立? 若存在, 求出角 α 和 β 的值; 若不存在, 请说明理由.

第2课时 诱导公式(二)

基础夯实篇

- 在 $\triangle ABC$ 中,“ $\cos A = \sin B$ ”是“ $C = 90^\circ$ ”的
()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知 α 为第四象限角,则点 $P(\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha), \cos(-\alpha))$ 位于
()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 设角 α 的终边过点 $(1, -2)$,则
$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) + \sin(\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)}$$
等于
()
A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. -1 D. -3
- 已知 $\cos 100^\circ = k$,则 $\cos 10^\circ =$
()
A. k B. $-k$
C. $\sqrt{1-k^2}$ D. $-\sqrt{1-k^2}$
- 下列等式一定正确的是
()
A. $\cos x = \cos(x + \pi)$
B. $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$
C. $\tan(\frac{\pi}{2} + x) = \frac{1}{\tan x}$
D. $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = -\cos x$
- 计算: $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \cdots + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ =$
_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\sin^2 \frac{C}{2} + \cos \frac{C}{2} = \frac{5}{4}$,则
 $\tan \frac{A+B}{2} =$ _____.
- (1) 已知 $\sin \alpha - 2\cos \alpha = 0$,求 $\sin^2(\pi - \alpha) + 2\sin \alpha \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ 的值;
(2) 已知 $\sin(\frac{\pi}{6} + \theta) = \frac{1}{3}$,求 $\cos(\frac{\pi}{3} - \theta)$ 的值.

素养提能篇

- 已知角 α 的终边经过点 $(3, 4)$,把角 α 的终边绕原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ 得到角 β 的终边,则 $\sin \beta =$
()
A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$
- 已知 $3\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) - \sin(\pi + \alpha) = -\sqrt{2}$,则
 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值可以为
()
A. $\frac{8\sqrt{2}}{5}$ B. $\sqrt{2}$
C. $-\sqrt{2}$ D. $-\frac{3\sqrt{2}}{5}$
- 已知角 α 的终边经过点 $P(\sin 5, -\cos 5)$,且
 $\alpha \in (0, 2\pi)$,则 $\alpha =$
()
A. $\frac{3\pi}{2} - 5$ B. $5 - \frac{\pi}{2}$
C. 5 D. $5 + \frac{\pi}{2}$
- (多选题)在 $\triangle ABC$ 中,下列关系恒成立的是
()
A. $\tan(A+B) = \tan C$
B. $\cos(2A+2B) = \cos 2C$
C. $\sin \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$
D. $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$

13. (多选题)下列等式一定正确的有 ()

- A. $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$
 B. $\cos\left(\frac{5\pi}{6} + \theta\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right) = 0$
 C. $\sin^2(15^\circ - \alpha) + \cos^2(75^\circ + \alpha) = 1$
 D. $\sin^2(15^\circ - \alpha) + \sin^2(75^\circ + \alpha) = 1$

14. 如果 $\sin \theta = \frac{3}{5}$, 且 θ 是第二象限角, 那么 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) =$ _____.

15. 已知 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) =$ _____.

16. 已知 $f(\theta) = \frac{\cos\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{2} + \theta\right)}{\sin(-\theta - \pi)}$.

- (1) 化简 $f(\theta)$;
 (2) 若 $f(\theta) = \frac{1}{3}$, 求 $\tan \theta$ 的值;
 (3) 若 $f\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) = \frac{1}{3}$, 求 $f\left(\frac{5\pi}{6} + \theta\right)$ 的值.

思维训练篇

17. (多选题)定义:角 θ 与 φ 都是任意角, 若 $\theta + \varphi = \frac{\pi}{2}$, 则称 θ 与 φ “广义互余”. 已知 $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{4}$, 则满足下列条件的角 β 中, 可能与角 α “广义互余”的是 ()

- A. $\sin \beta = \frac{\sqrt{15}}{4}$ B. $\cos(\pi + \beta) = \frac{1}{4}$
 C. $\tan \beta = \sqrt{15}$ D. $\tan \beta = \frac{\sqrt{15}}{5}$

18. 已知 $2\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$.

- (1) 求 $\frac{3\sin \alpha + 2\cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ 的值;
 (2) 当 α 为第三象限角时, 求 $\sin(-\alpha) - \cos(\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ 的值.

素养测评滚动(一) [范围 7.1~7.2]

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

- 已知 $P(\cos 2, \tan 1)$, 则点 P 在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 点 P 从点 $(1, 0)$ 出发沿单位圆按逆时针方向运动 $\frac{26\pi}{3}$ 到达点 Q , 则点 Q 的坐标为 ()
A. $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ B. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$
C. $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ D. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
- 设 $a = \sin \frac{5\pi}{7}, b = \cos \frac{2\pi}{7}, c = \tan \frac{2\pi}{7}$, 则 ()
A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
C. $b < c < a$ D. $b < a < c$
- 已知扇形的周长为 8, 圆心角为 2, 则该扇形的面积为 ()
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
- 已知集合 $A = \{x | x = \sin \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbf{Z}\}, B = \{0, 1\}$, 则下列结论正确的是 ()
A. $A = B$ B. $B \subseteq A$
C. $A \cap B = \{0, -1\}$ D. $\complement_A B = \{1\}$
- 已知角 θ 的终边经过点 $P(\tan 225^\circ, 2\sin 225^\circ)$, 则 $\sin \theta - \cos \theta =$ ()
A. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}$
C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{3}$

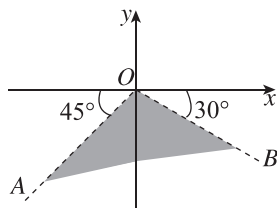
二、多项选择题:本题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

- 下列结论中正确的是 ()
A. 终边经过点 $(a, a) (a \neq 0)$ 的角的集合是 $\{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$
B. 将表的分针拨慢 10 分钟, 则分针转过的角的弧度数是 $\frac{\pi}{3}$
C. 若 α 是第三象限角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第二象限角
D. 若 $M = \{x | x = 45^\circ + k \cdot 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}, N = \{y | y = 90^\circ + k \cdot 45^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $M \subseteq N$

- 已知 $\sin(\alpha - \pi) + 2\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = 0$, 则下列结论正确的是 ()
A. $\tan \alpha = 2$
B. $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$
C. $\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{3}{5}$
D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{1}{3}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

- 已知 $\cos(\frac{2\pi}{3} + \theta) = -\frac{7}{9}$, 则 $\sin(\frac{\pi}{6} + \theta) =$ _____.
- 已知角 α 的终边落在图中阴影部分内(不包括边界), 则角 α 的取值集合 $S =$ _____.
- 已知角 α 与角 β 的终边关于直线 $y = x$ 对称, 且 $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$, 则 α, β 的一组取值可以是 $\alpha =$ _____, $\beta =$ _____.



四、解答题:本题共 3 小题,共 43 分.

- (13 分) 已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(3\pi - \alpha)\cos(5\pi + \alpha)}{\cos^2(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \sin^2(\frac{\pi}{2} + \alpha)}$.
(1) 化简 $f(\alpha)$, 并求 $f(\frac{\pi}{6})$ 的值;
(2) 若 $\tan \alpha = 3$, 求 $f(\alpha)$ 的值;
(3) 若 $f(\alpha) = \frac{12}{25}, \alpha \in (0, \pi)$, 求 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值.

13. (15 分) 已知一个扇形的圆心角为 α ($\alpha > 0$), 半径为 R , 面积为 S , 周长为 L .

(1) 若 $S=4$, 则当 α 取何值时, L 最小? 并求出 L 的最小值.

(2) 若 $L=10$, 则当 α 取何值时, S 最大? 并求出 S 的最大值.

14. (15 分) 已知关于 x 的方程 $25x^2 - ax + 12 = 0$ 的两根分别为 $\sin \theta$ 和 $\cos \theta$, 其中 $\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$.

(1) 求 a 的值;

(2) 求 $\frac{\sin \theta}{1 - \frac{1}{\tan \theta}} + \frac{\cos \theta}{1 - \tan \theta}$ 的值;

(3) 求 $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$ 的值.

